A typical matrix from UT_2 looks like

$$\begin{pmatrix} ab \\ 0c \end{pmatrix}$$

where a, b, $c \in \mathbb{C}$ are arbitrary scalars. Observing this we can then write

$$\begin{pmatrix} ab \\ 0c \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1\,0 \\ 0\,0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0\,1 \\ 0\,0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0\,0 \\ 0\,1 \end{pmatrix}$$

which says that

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} 1\,0 \\ 0\,0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\,1 \\ 0\,0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\,0 \\ 0\,1 \end{pmatrix} \right\}$$

is a spanning set for UT_2 (⟨acronymref|definition|TSVS⟩). Is R is linearly independent? If so, it is a basis for UT_2. So consider a relation of linear dependence on R,

$$\alpha_1\begin{pmatrix} 1\,0 \\ 0\,0 \end{pmatrix} + \alpha_2\begin{pmatrix} 0\,1 \\ 0\,0 \end{pmatrix} + \alpha_3\begin{pmatrix} 0\,0 \\ 0\,1 \end{pmatrix} = \mathcal{O} = \begin{pmatrix} 0\,0 \\ 0\,0 \end{pmatrix}$$

From this equation, one rapidly arrives at the conclusion that $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. So R is a linearly independent set (⟨acronymref|definition|LI⟩), and hence is a basis (⟨acronymref|definition|B⟩) for UT_2. Now, we simply count up the size of the set R to see that the dimension of UT_2 is $\dim(UT_2) = 3$.

Una matriz típica de UT_2 se ve

$$\begin{pmatrix} ab \\ 0c \end{pmatrix}$$

donde a,b,c $\in \mathbb{C}$ son escalares arbitrarios. Observando esto podemos escribir

$$\begin{pmatrix} ab \\ 0c \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1\,0 \\ 0\,0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0\,1 \\ 0\,0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0\,0 \\ 0\,1 \end{pmatrix}$$

que dice que

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} 1\,0 \\ 0\,0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\,1 \\ 0\,0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\,0 \\ 0\,1 \end{pmatrix} \right\}$$

es un conjunto que genera a UT_2 (⟨acronymref|definition|TSVS⟩). ¿R es linealmente independiente? Si lo es, es una base para UT_2. Considere una relacion linealmente independiente en R,

$$\alpha_1\begin{pmatrix} 1\,0 \\ 0\,0 \end{pmatrix} + \alpha_2\begin{pmatrix} 0\,1 \\ 0\,0 \end{pmatrix} + \alpha_3\begin{pmatrix} 0\,0 \\ 0\,1 \end{pmatrix} = \mathcal{O} = \begin{pmatrix} 0\,0 \\ 0\,0 \end{pmatrix}$$

De esta ecuación, uno rapidamente llega a la conclusión que $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Por lo tanto R es un conjunto linealmente independiente (⟨acronymref|definition|LI⟩), por lo tanto, es una base (⟨acronymref|definition|B⟩) para (UT_2). Ahora, simplemente contamos el tamaño del conjunto R para ver que la dimensión de UT_2 es $\dim(UT_2) = 3$.

Contributed by Robert Beezer

Contribuido por Robert Beezer

Traducido por Felipe Pinzón